



Aula 04

Forças e Movimentos II

Atrito

Sumário

Força e Movimento II

Atrito

Propriedades de Atrito

A força de Atrito e a Velocidade Terminal

Forças de Atrito

Quando um corpo está em movimento assente numa superfície ou num meio viscoso, surge uma força de resistência ao movimento;

Esta força resulta das interacções do corpo com o que o rodeia;

A esta força dá-se o nome de *força de atrito*.

Forças de Atrito entre duas superfícies em contacto

O módulo da força de atrito é proporcional ao módulo da força normal:

$$f_e \leq \mu_e n \quad \text{e} \quad f_c = \mu_c n$$

Estas equações não são vectoriais, porque relacionam apenas os módulos das forças.

A força de **atrito estático**, f_e , que ocorre *quando não há movimento relativo* do corpo em relação ao meio que o rodeia é, em geral, maior, em módulo, do que a **força de atrito cinético**, f_c , que ocorre *quando há movimento relativo*;

O coeficiente de atrito, μ , depende das superfícies em contacto.

Forças de Atrito

A força de atrito tem a direcção do movimento e o sentido oposto;

É paralela às superfícies em contacto;

Os coeficientes de atrito são muito aproximadamente independentes das áreas de contacto.

Atrito Estático

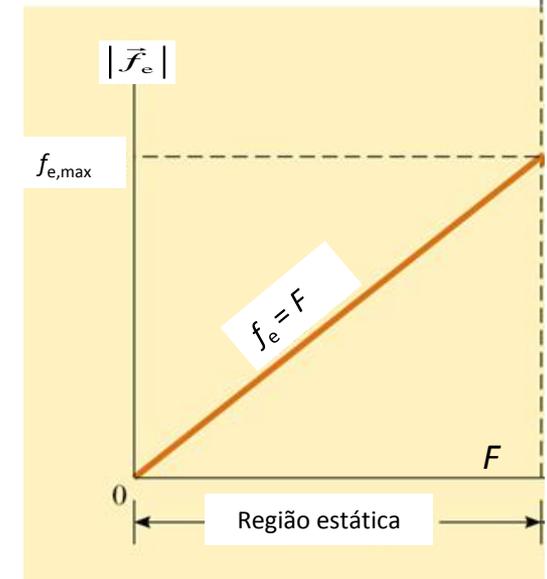
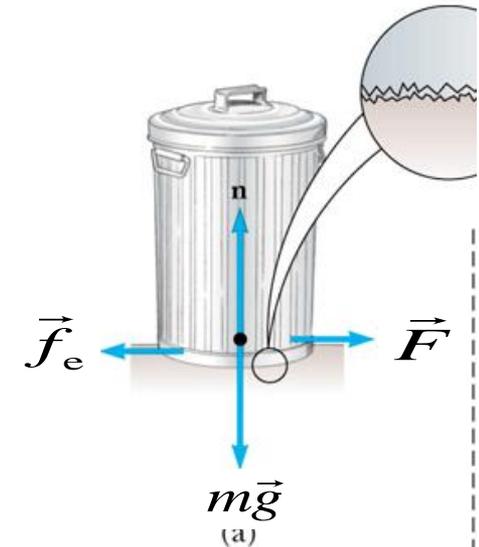
A força de atrito estático actua de forma a impedir que ocorra o movimento;

Se o módulo de \vec{F} diminui, o módulo de \vec{f}_e diminui;

Se o módulo de \vec{F} aumenta, o módulo de \vec{f}_e aumenta, até atingir um valor máximo:

$$f_{e \max} = \mu_e n$$

De uma forma geral $f_e \leq \mu_e n$. A igualdade ocorre quando o movimento relativo está na iminência de iniciar-se.

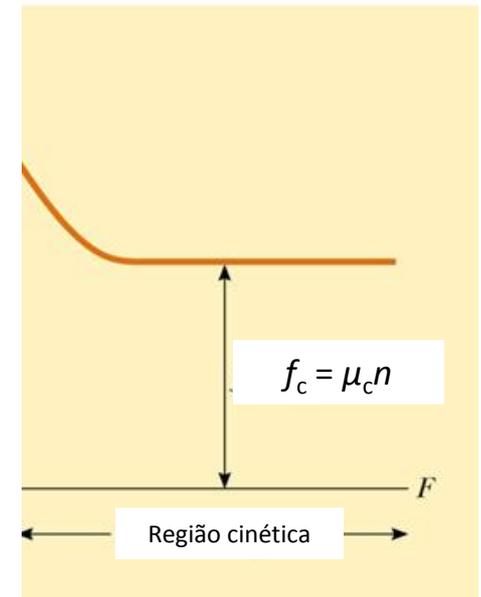
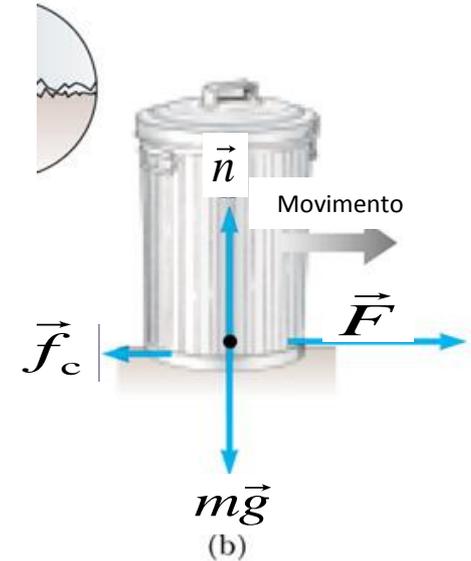


Atrito cinético

A força de atrito cinético actua quando o corpo está em movimento;

Ainda que μ_c possa, em geral, variar com o módulo da velocidade, vamos desprezar essas variações e considerar:

$$f_c = \mu_c n$$



Alguns coeficientes de Atrito

Coeficientes de atrito		
	μ_e	μ_c
Aço com aço	0.74	0.57
Alumínio com aço	0.61	0.47
Cobre com aço	0.53	0.36
Borracha com cimento	1.0	0.8
Madeira com madeira	0.25-0.5	0.2
Vidro com vidro	0.94	0.4
Madeira encerada com neve húmida	0.14	0.1
Madeira encerada com neve seca	–	0.04
Metal com metal (lubrificado)	0.15	0.06
Gelo com gelo	0.1	0.03
Teflon com teflon	0.04	0.04
Juntas sinoviais no corpo humano	0.01	0.003

Todos os valores são aproximados.

Em alguns casos, o coeficiente de atrito pode ser superior a 1.0

Movimento com atrito

Origem da força de atrito?

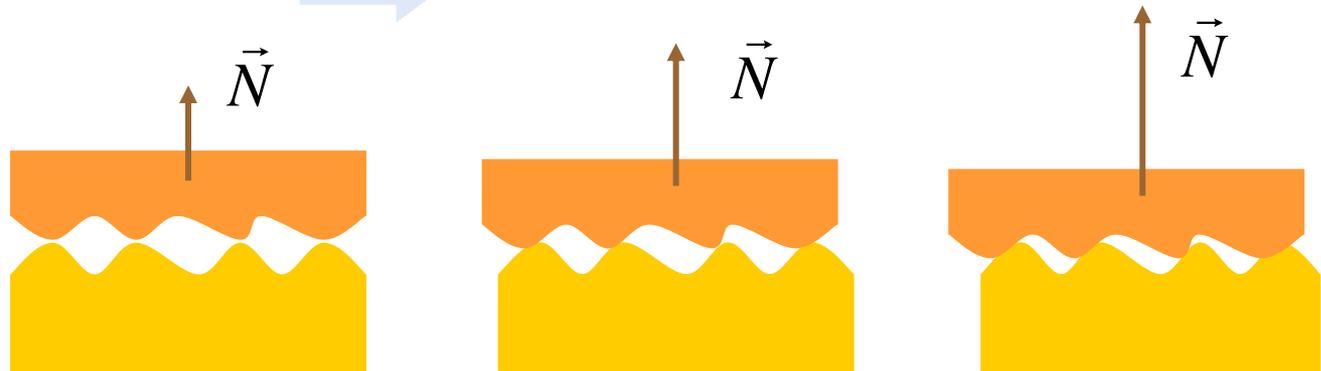


Forças intermoleculares superficiais

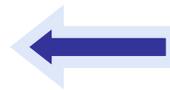
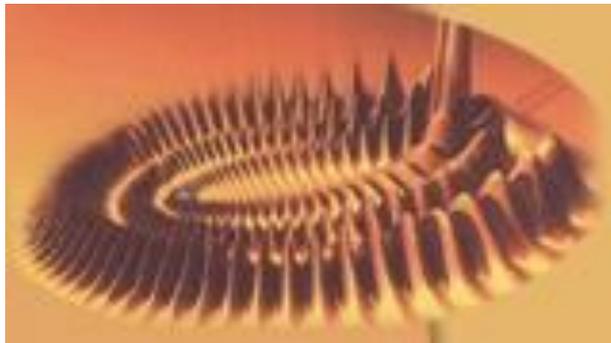
Não deveria depender da área de contacto?



Depende da área de contacto real



À medida que N aumenta, aumenta a superfície de contacto.



Exemplo de uma superfície real vista com microscópio de forças atómicas

O Atrito em Problemas de Dinâmica

O atrito é uma força, conseqüentemente é incluído no somatório das forças, $\sum \vec{F}$, que surge na aplicação das leis de Newton;

As regras do atrito permitem-nos identificar a direcção, sentido e módulo das forças de atrito.

Atrito – Exemplo 1

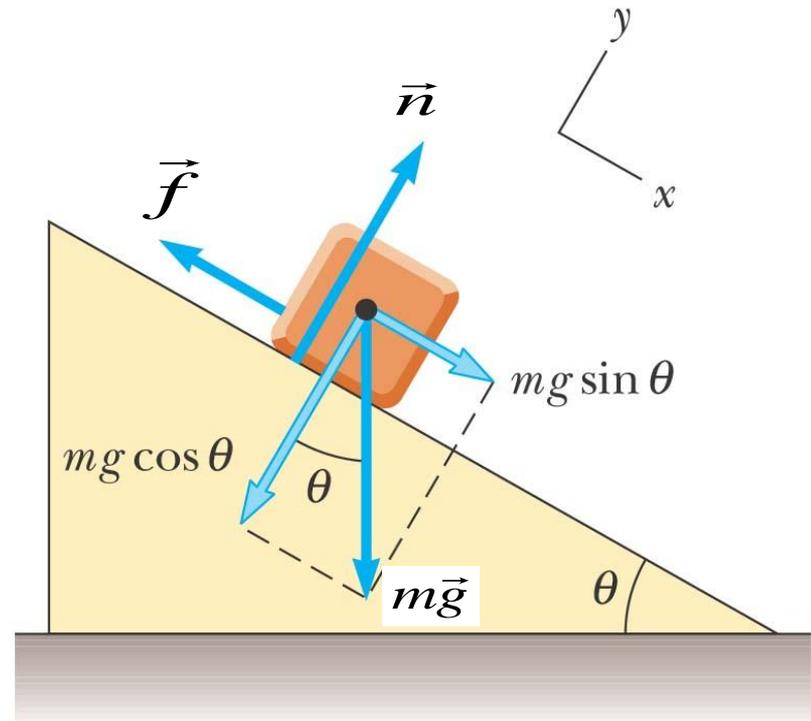
O bloco está a escorregar ao longo do plano inclinado, conseqüentemente a direcção da força de atrito é paralela ao plano e o sentido é para cima;

Esta montagem pode ser utilizada para determinar experimentalmente o coeficiente de atrito:

$$\mu = \tan \theta$$

Para obter μ_e , utiliza-se o ângulo em que o escorregamento se inicia;

Para obter μ_c , utiliza-se o ângulo segundo o qual o bloco escorra com velocidade constante.



© 2004 Thomson/Brooks Cole

Atrito – Exemplo 1

1) Desenhamos o diagrama das forças aplicadas ao bloco;

2) Aplicamos a 2.ª lei de Newton ao bloco:

$$\vec{f}_c + \vec{n} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

3) Escolhemos o sistema de eixos (por exemplo, o da figura);

4) Escrevemos as equações escalares correspondentes às componentes, no sistema de eixos escolhido, dos vectores que surgem na equação anterior:

$$x: -f_c + mg \sin \theta = ma$$

$$y: n - mg \cos \theta = 0$$

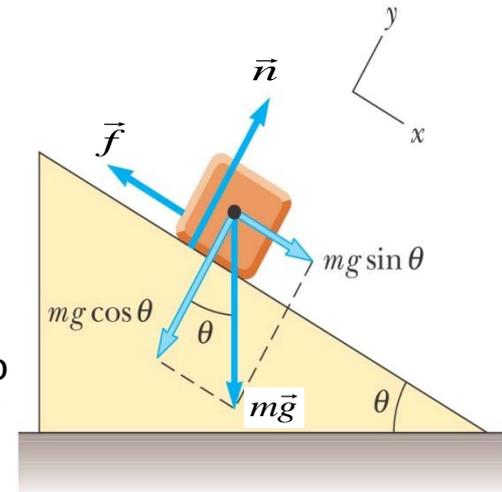
5) Acrescentamos a equação que relaciona o módulo da força de atrito com o módulo da força (normal ao plano inclinado):

$$f_c = \mu_c n$$

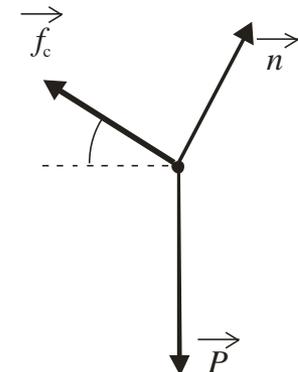
6) Resolvemos o sistema de três equações a três incógnitas para obter o módulo da aceleração:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{f_c}{m} + g \sin \theta = -\mu_c g \cos \theta + g \sin \theta = \\ &= g (\sin \theta - \mu_c \cos \theta) \end{aligned}$$

7) Como a direcção e sentido da aceleração são os do eixo dos x, a aceleração do bloco é



© 2004 Thomson/Brooks Cole



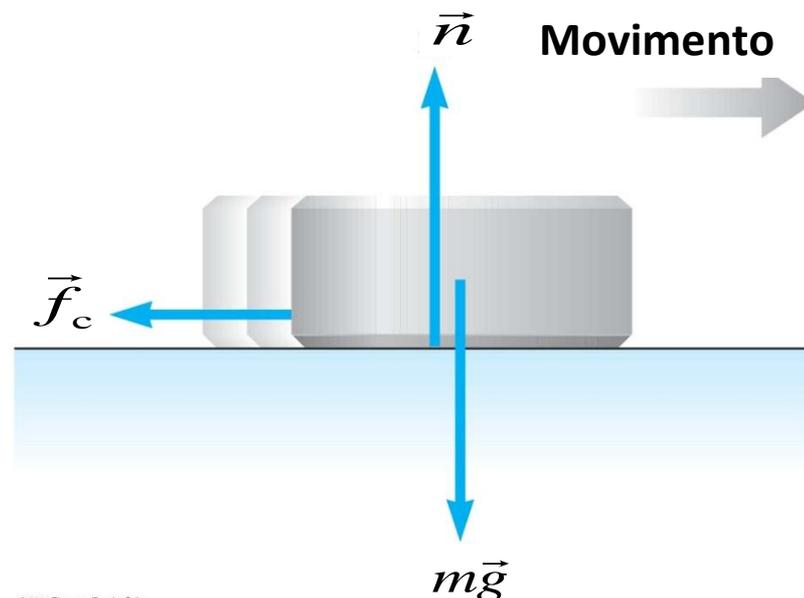
$$\vec{a} = g (\sin \theta - \mu_c \cos \theta) \vec{i}$$

Atrito – Exemplo 2

Desenhamos o diagrama das forças aplicadas ao corpo, incluindo a força de atrito cinético:

O sentido é oposto ao do movimento;
A direcção é paralela às superfícies em contacto.

Resolvemos o problema da forma habitual para a aplicação das leis de Newton.

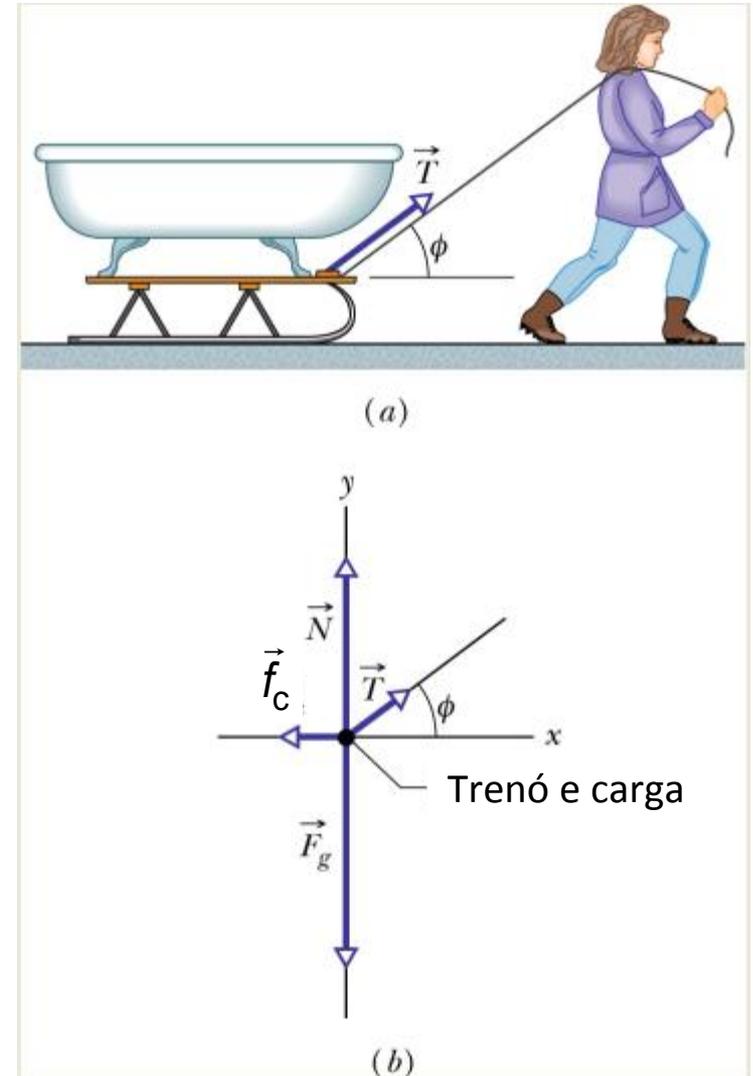


Atrito – Exemplo 3

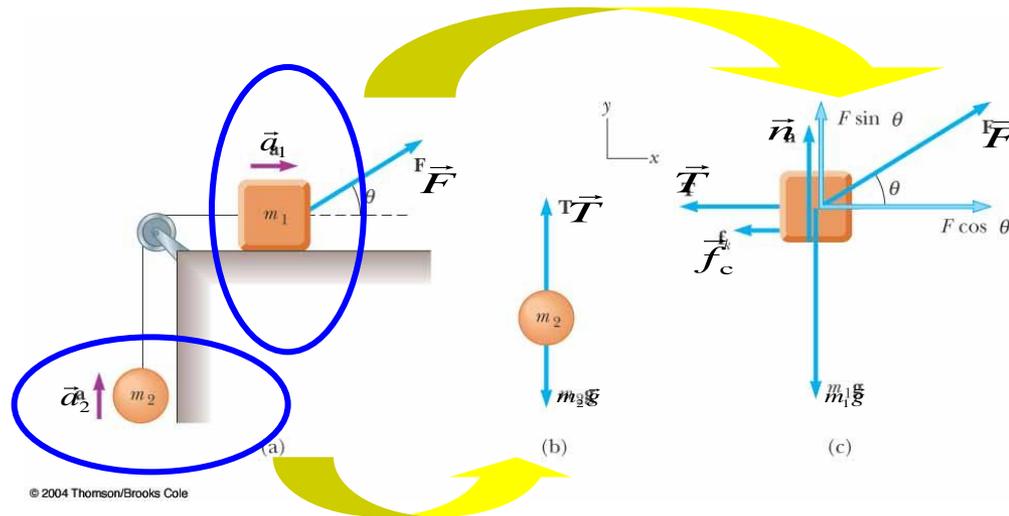
A força de atrito opõe-se ao movimento;

Desenhamos o diagrama de forças;

Aplicamos as leis de Newton como em qualquer outro problema.



Atrito – Exemplo 4



A força de atrito actua apenas no corpo que está em contacto com outra superfície;

Isolamos os corpos;

Desenhamos os diagramas de forças;

Aplicamos as leis de Newton como em qualquer outro problema com muitos corpos.

Movimento com Forças Resistivas

O movimento pode ocorrer num determinado meio, que pode ser um líquido ou um gás;

O meio exerce uma *força resistiva*, \vec{R} , num corpo que se mova através dessa meio;

O módulo de \vec{R} depende do meio;

O sentido de \vec{R} é oposto ao do movimento do objecto em relação ao meio;

O módulo da força de resistência \vec{R} em geral aumenta quando o módulo da velocidade aumenta.

Movimento com Forças Resistivas

O módulo de \vec{R} pode depender do módulo da velocidade de várias maneiras.

Duas delas são:

$|\vec{R}|$ é proporcional a v

É uma boa aproximação quando o módulo da velocidade é pequena e os corpos são de pequeno volume.

$|\vec{R}|$ é proporcional a v^2

É uma boa aproximação para corpos de grande volume, e o módulo da velocidade é elevado, de modo que o ar se torna turbulento (forma vórtices) por detrás do corpo.

R proporcional a v^2

No caso de objectos que se movem com velocidades de módulo elevado através do ar, o módulo da força resistiva é proporcional ao quadrado do módulo da velocidade:

$$R = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

C é uma grandeza empírica sem dimensões, denominada *coeficiente de resistência*;

ρ é a massa volúmica (densidade) do ar;

A é a área da secção eficaz do corpo;

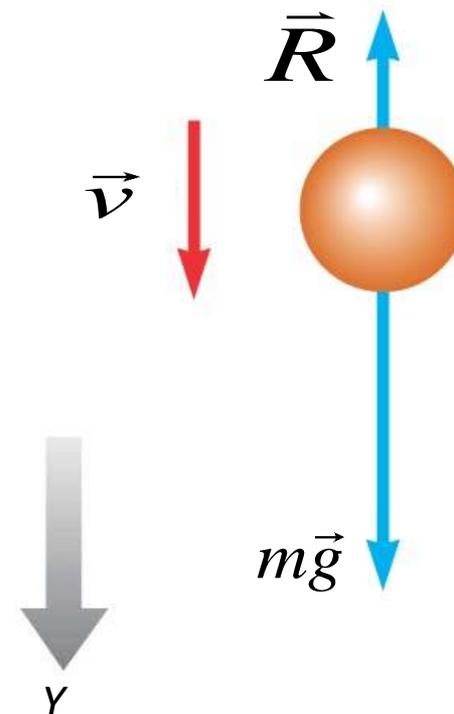
v é o módulo da velocidade do corpo.

R proporcional a v^2 , exemplo

Análise do movimento de um corpo que cai no ar, tendo em conta a resistência do ar:

$$\sum F = mg - \frac{1}{2} C \rho A v^2 = ma$$

$$a = g - \left(\frac{C \rho A}{2m} \right) v^2$$

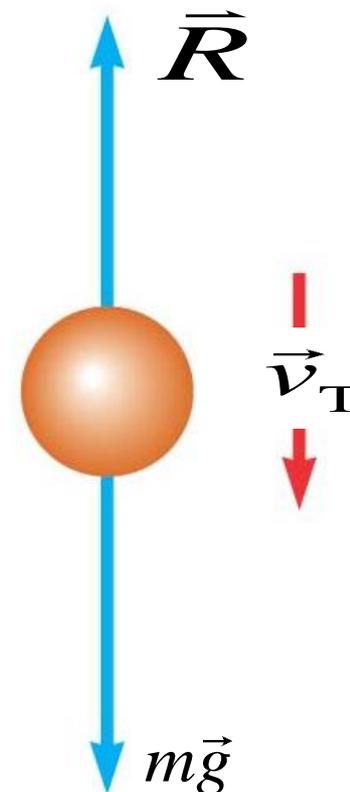


R proporcional a v^2 - Velocidade Terminal

A velocidade terminal é a velocidade do corpo quando a aceleração se anula;

A resolução da equação conduz a:

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$



Movimento de um pára-quedista

O movimento de um pára-quedista

O movimento de descida de um pára-quedista, desde o instante em que é lançado até atingir o solo, é condicionado pela **resistência do ar**:

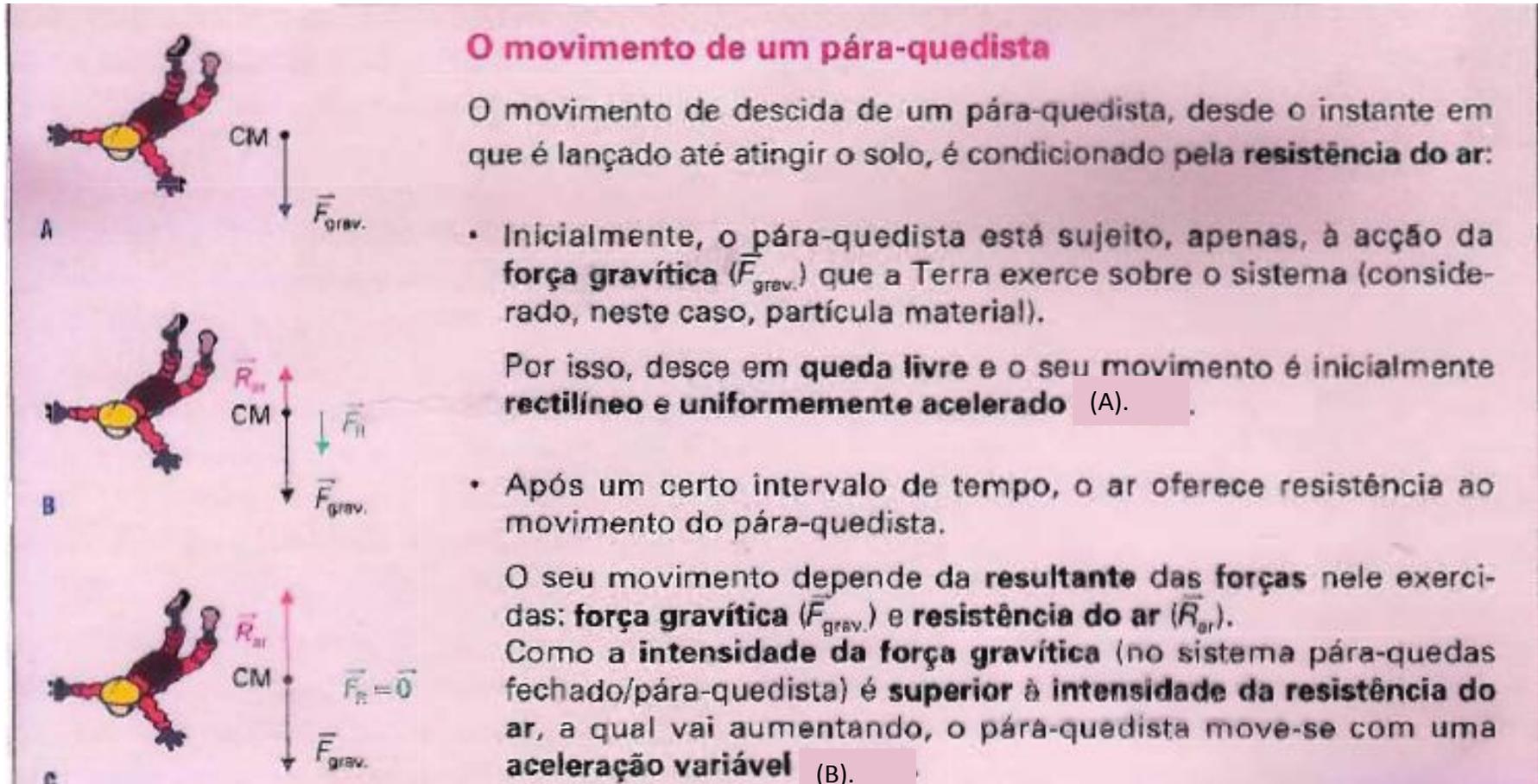
- Inicialmente, o pára-quedista está sujeito, apenas, à acção da **força gravítica** ($\vec{F}_{\text{grav.}}$) que a Terra exerce sobre o sistema (considerado, neste caso, partícula material).

Por isso, desce em **queda livre** e o seu movimento é inicialmente **rectilíneo e uniformemente acelerado** (A).

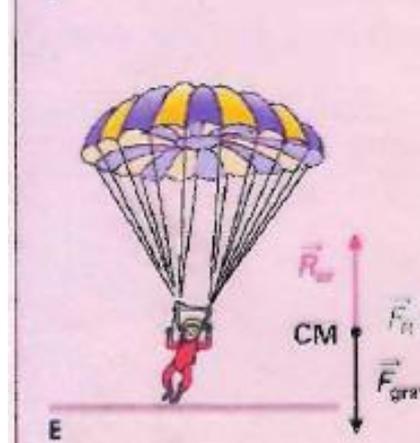
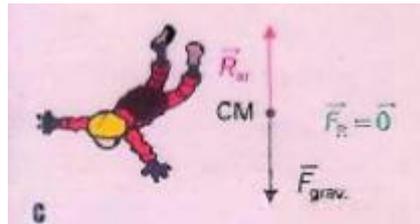
- Após um certo intervalo de tempo, o ar oferece resistência ao movimento do pára-quedista.

O seu movimento depende da **resultante** das **forças** nele exercidas: **força gravítica** ($\vec{F}_{\text{grav.}}$) e **resistência do ar** (\vec{R}_{ar}).

Como a **intensidade da força gravítica** (no sistema pára-quedas fechado/pára-quedista) é **superior à intensidade da resistência do ar**, a qual vai aumentando, o pára-quedista move-se com uma **aceleração variável** (B).



Movimento de um pára-quedista



[FIG. 39]

- No entanto, a partir de um certo instante, a **resultante das forças** (\vec{F}_R) que actua no sistema **anula-se**: as duas forças têm a **mesma direcção**, a **mesma intensidade** e **sentidos opostos** (C). O pára-quedista continua a mover-se em direcção ao solo, agora com **movimento uniforme** e, praticamente, **rectilíneo**.

Move-se com **velocidade constante** que se chama **velocidade terminal** (o seu valor é cerca de 56 m s^{-1}). Isto é, **não tem aceleração**.

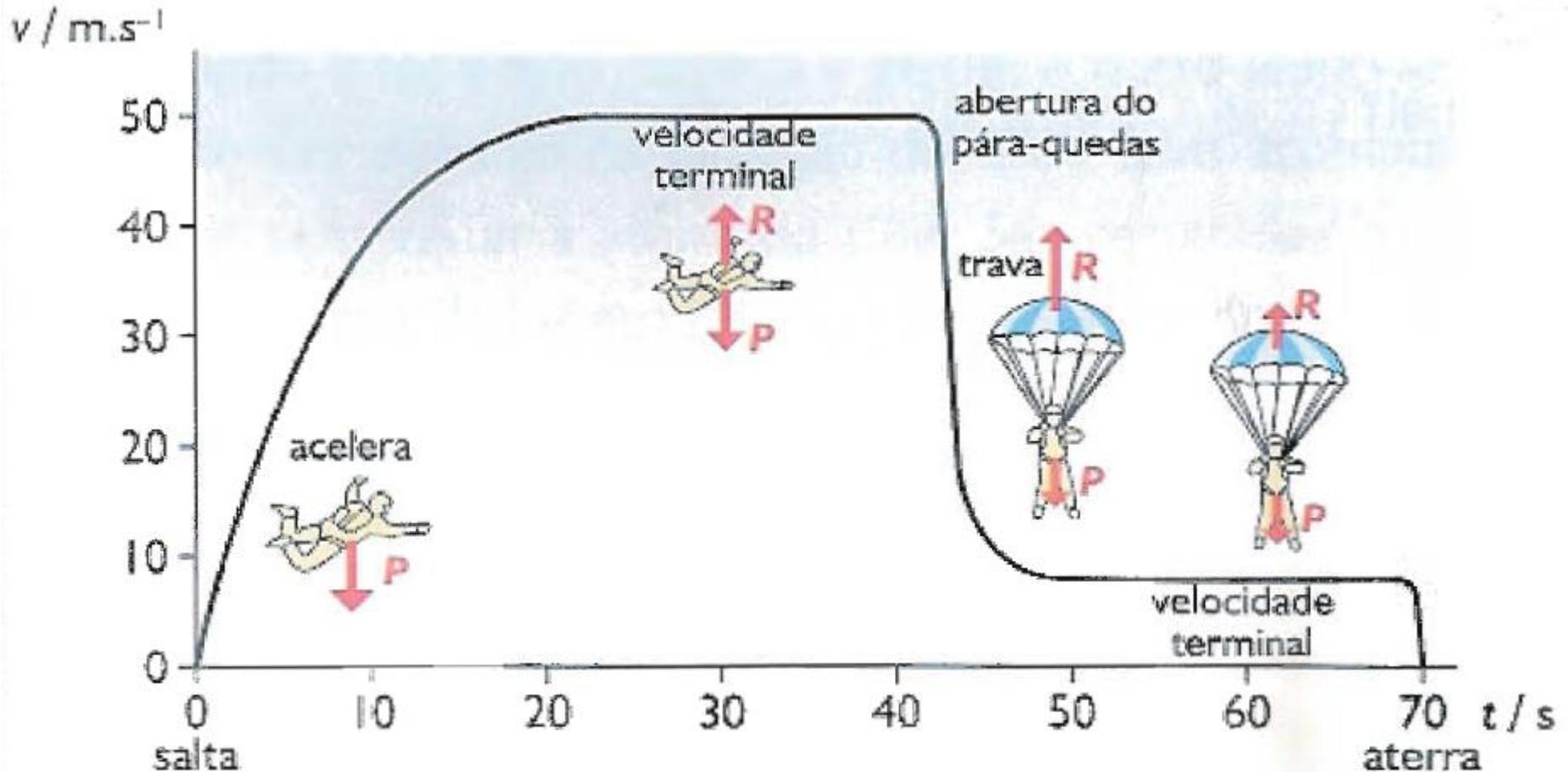
- No instante em que o pára-quedista abre o pára-quedas, o ar oferece uma grande resistência ao seu movimento. Esta força resistiva exerce-se em toda a superfície interior do pára-quedas.

A intensidade desta força é superior à intensidade da força gravítica exercida no sistema pára-quedas/pára-quedista. Logo, a **resultante das forças** que actua no sistema está dirigida para cima e, assim, o movimento passa a ser **retardado**. O valor da velocidade de descida do pára-quedista diminui acentuadamente (D).

- Antes de atingir o solo, o pára-quedista move-se novamente com velocidade de valor constante, designada por **velocidade terminal**.

O valor da nova velocidade terminal é cerca de 10 m s^{-1} (E).

Movimento de um pára-quedista



Alguns Valores de módulo da Velocidade Terminal

Valores do módulo da velocidade terminal para corpos que caem através do ar			
Corpo	Massa (kg)	Área da secção eficaz (m ²)	V_T (m s ⁻¹)
Homem fazendo parapente	75	0.70	60
Bola de basebol ($r = 3.7$ cm)	0.145	$4.2 \cdot 10^{-3}$	43
Bola de golf ($r = 2.1$ cm)	0.046	$1.4 \cdot 10^{-3}$	44
Pedra de granizo ($r = 0.50$ cm)	$4.8 \cdot 10^{-6}$	$7.9 \cdot 10^{-5}$	14
Gota de chuva ($r = 0.20$ cm)	$3.4 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	9
Gota de chuva ($r = 0.15$ cm)	$1.4 \cdot 10^{-6}$	$7.3 \cdot 10^{-6}$	6
Parquedista (típico)	75		3